

# **RELACION MINUTO – IMPULSO EN EL SERVICIO DE TPBCL EN COLOMBIA**

## **Problemática, Metodología de Cálculo y Resultados Empíricos**

### **1. Introducción**

Este documento presenta la metodología para la definición del factor que relaciona minutos con impulsos para la Telefonía Pública Básica Conmutada Local (TPBCL). Inicialmente se describe brevemente el método de tasación, tarificación y facturación del servicio de TPBCL, se presenta un ejercicio de tasación a partir del cual se describe una problemática, luego se presenta la metodología de cálculo del factor que relaciona minutos con impulsos y finalmente se muestran algunos resultados de la aplicación de la metodología.

### **2. Método de tasación, tarificación y facturación del servicio de TPBCL en Colombia**

Una empresa de telecomunicaciones, dentro de su estructura tarifaria, debe fijar una tarifa o precio de venta que cubra los costos totales de proveer sus servicios. En especial, los operadores de TPBCL fijan sus tarifas de manera que aseguren su equilibrio financiero durante un periodo suficiente y obtenga excedentes razonables para financiar su posterior desarrollo.

En Colombia, las tarifas incluyen los siguientes elementos:

- Un pago inicial para la contratación del servicio (Cargo por conexión)
- Un pago periódico fijo que cubre los costos de mantenimiento del sistema (Cargo fijo)
- Un pago relacionado con el uso que cubre los costos variables asociados con el servicio (Cargo variable)

Este último pago necesita el soporte de un sistema de tasación en la red de telecomunicaciones. El procedimiento para tasar, tarificar y facturar el consumo del servicio de TPBCL, transmisión conmutada de voz y de Internet, se basa en el conteo del número de unidades de consumo que suceden durante una llamada. El conteo se lleva a cabo sobre una sucesión de impulsos generados por el reloj de la central del operador telefónico.

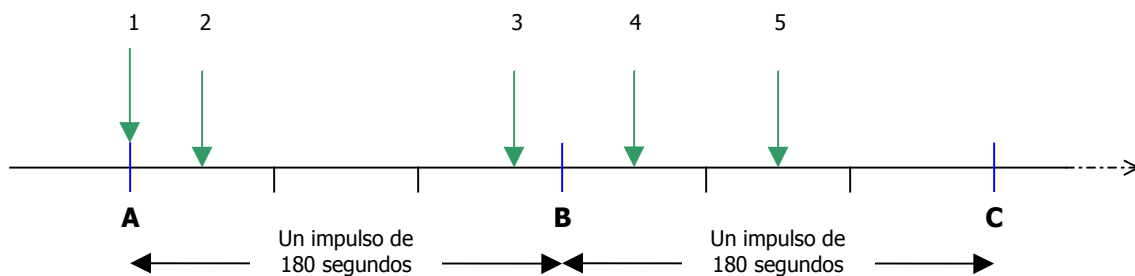
La Resolución 087 de 1997 en su capítulo IV, artículo 5.4.1 determina que la facturación y medición por el consumo del servicio de TPBCL y TPBCL en su componente local, se deberá tasar, tarificar y facturar a sus usuarios, utilizando alguna de las siguientes alternativas:

- a) Los operadores de TPBCL podrán tasar, tarificar y facturar el consumo en impulsos de 180 segundos utilizando el método Karlsson Modificado.
- b) Los operadores de TPBCL podrán tasar, tarificar y facturar a sus usuarios por el consumo del servicio en minutos y fracción de minutos o segundos.

La tasación actual de las llamadas en el país se realiza de acuerdo con el principio de la medición por impulsos periódicos (Periodic Pulse Metering) siguiendo la metodología del Método Karlsson Modificado en donde el primer impulso de medición no es suprimido.

El Método Karlsson Modificado consiste en un sistema de medición en el cual el primer impulso es registrado aleatoriamente durante el primer intervalo de la tarificación, los siguientes impulsos son registrados periódicamente. En la Figura 2.1 se aprecian cinco escenarios de generación del primer impulso y en los puntos A, B y C el sistema genera impulsos periódicos.

**Figura 2.1: Escenarios de generación de primer impulso**

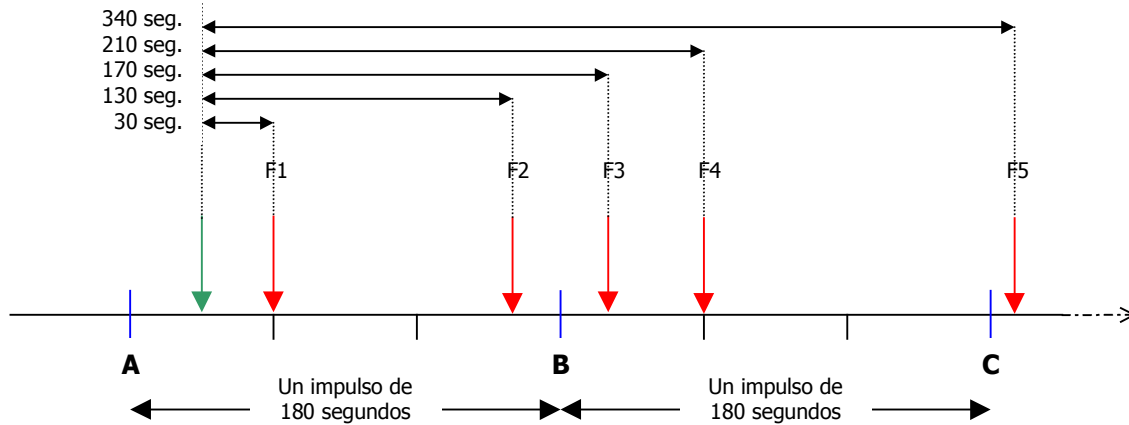


El hecho que los impulsos se estén generando continuamente tiene como consecuencia que el impulso inicial (o de tarificación) y el instante del inicio de la tasación no necesariamente coincidan. En la figura anterior, la llamada 1 coincide con A mientras que las llamadas 2, 3, 4 y 5 no coinciden ni con A, ni con B, ni con C.

Como se mencionó, la generación del primer impulso puede ocurrir en cualquier punto del intervalo A-B o del intervalo B-C. Con el fin de analizar el sistema de tasación actual se desarrollan dos escenarios de inicio de llamada: una llamada que inicia al comienzo (llamada 2 de la figura 2.1) y una que inicia al final (llamada 3 de la figura 2.1) del intervalo de tarificación de un impulso.

Con la ayuda de la figura 2.2 se pueden verificar varios de los casos de tasación posibles suponiendo que la llamada inicia en la flecha verde, es decir muy cerca al comienzo del intervalo de tarificación de un impulso. Se presentan 5 escenarios de terminación de la llamada: la llamada F1 dura 30 segundos, la llamada F2 dura 130 segundos, la llamada F3 dura 170 segundos, la llamada F4 dura 210 segundos y la llamada F5 dura 340 segundos.

**Figura 2.2: Escenarios de llamadas generadas al comienzo del impulso**



Teniendo en cuenta la figura anterior, de acuerdo con el método de tasación actual, al iniciarse la llamada se genera un impulso inicial y los impulsos adicionales son generados en B y en C. Es decir, para la llamada F2 de 130 segundos se genera el impulso inicial y no genera impulsos adicionales mientras que la llamada F5 de 340 segundos genera el impulso inicial y genera un impulso adicional en B y otro impulso adicional en C. El cuadro 2.1 muestra la tasación de impulsos para los 5 escenarios propuestos.

**Cuadro 2.1: Escenarios de tasación de impulsos con inicio de llamada al comienzo del impulso**

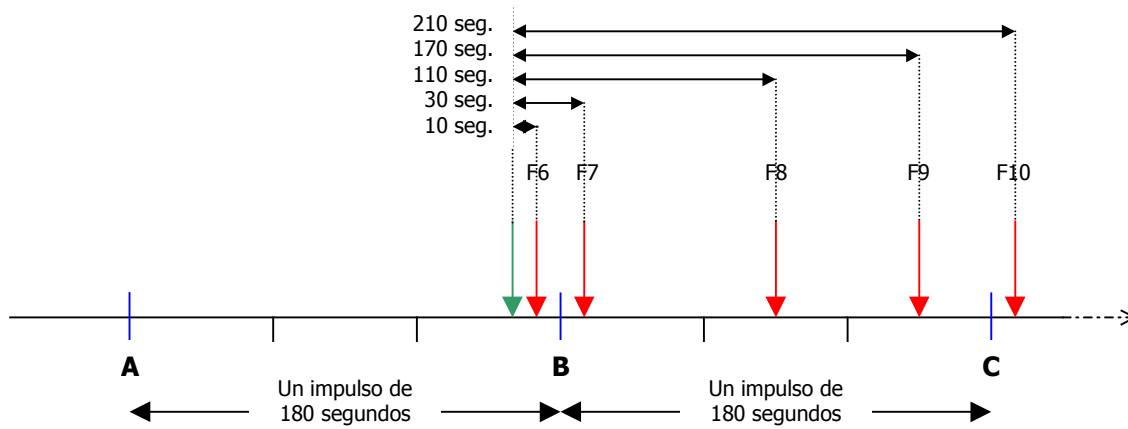
Duración de la llamada (Segundos)	Duración de la llamada (Minutos)	Impulso Inicial	Impulsos Adicionales	Impulsos totales
30	0,5	1	0	1
130	2,2	1	0	1
170	2,8	1	1	2
210	3,5	1	1	2
340	5,7	1	2	3

Fuente: Cálculos CRT

Para este escenario, se aprecia en el cuadro anterior que a una llamada de 30 segundos se le tasa un impulso, a una llamada de 170 segundos se le tasan 2 impulsos y a una llamada de 340 segundos se le tasan 3 impulsos.

Ahora la figura 2.3 muestra 5 escenarios para una llamada que inicia al final del intervalo de tarificación de un impulso. La llamada F6 dura 10 segundos, la llamada F7 dura 30 segundos, la

llamada F8 dura 110 segundos, la llamada F9 dura 170 segundos y la llamada F10 dura 210 segundos.



**Figura 2.3: Escenarios de llamadas generadas al final del impulso**

En la figura anterior se aprecia que para la llamada F6 de 10 segundos se genera el impulso inicial y no genera impulsos adicionales mientras que la llamada F10 de 210 segundos genera el impulso inicial y genera un impulso adicional en B y otro impulso adicional en C. El cuadro 2.2 muestra la tasación de impulsos para los 5 escenarios propuestos.

**Cuadro 2.2: Escenarios de tasación de impulsos con inicio de llamada al final del impulso**

Duración de la llamada (Segundos)	Duración de la llamada (Minutos)	Impulso Inicial	Impulsos Adicionales	Impulsos totales
10	0,2	1	0	1
30	0,5	1	1	2
110	1,8	1	1	2
170	2,8	1	1	2
210	3,5	1	2	3

Fuente: Cálculos CRT

Para este otro escenario, se aprecia en el cuadro anterior que a una llamada de 10 segundos se le tasa un impulso, a una llamada de 30 segundos se le tasan 2 impulsos y a una llamada de 210 segundos se le tasan 3 impulsos.

Teniendo en cuenta los resultados de los dos ejercicios planteados se concluye lo siguiente:

A todas las llamadas, como mínimo, se les tasa su impulso inicial con el fin de tarificar todas las llamadas que se cursen

A una llamada de menos de 180 segundos (3 minutos) se le tasa un impulso o más

A una llamada entre 180 y 360 segundos (6 minutos) se le tasan dos impulsos o más<sup>1</sup>

Llamadas con igual duración pueden ser tasadas de una manera diferente. Por ejemplo, una llamada de 30 segundos (0.5 minutos) en el primer escenario se le tasa un impulso mientras que en el segundo escenario se le tasan dos impulsos. De igual forma se ve que una llamada de 210 segundos (3.5 minutos) en el primer escenario se le tasan dos impulsos mientras que en el segundo escenario se le tasan tres impulsos

Si un impulso cuesta \$74<sup>2</sup> (que supuestamente es el costo variable de hablar 3 minutos) bajo el primer escenario una llamada de 30 segundos (0.5 minutos) tiene un cargo variable<sup>3</sup> de \$74 (por que se le tasa un impulso) mientras que para el segundo escenario la misma llamada tiene un cargo variable de \$148 (por que se le tasa dos impulsos). De igual forma, bajo el primer escenario una llamada de 210 segundos (3.5 minutos) tiene un cargo variable de \$148 (por que se le tasa dos impulsos) mientras que para el segundo escenario la misma llamada tiene un cargo variable de \$222 (por que se le tasa tres impulsos).

Según lo anterior, llamadas de igual duración pueden representarle al usuario un cargo variable diferente y llamadas de distinta duración pueden representarle al usuario un cargo variable igual

### **3. Propuesta de Tasación bajo el Nuevo Periodo Regulado**

Dentro de los estudios realizados por la CRT encaminados a medir la percepción de los usuarios del servicio de TPBCL se ha encontrado que los usuarios solicitan que sus consumos sean medidos en unidades precisas y sin componentes aleatorios. En ese sentido, los usuarios una vez comparan los servicios de telefonía local y los servicios sustitutos, no están satisfechos con el mecanismo por medio del cual les tarifican su consumo. Prueba de ello, son las constantes quejas y solicitudes que se recibieron en las audiencias públicas llevadas a cabo durante este año que reflejan el alto grado de inconformismo de los usuarios frente a este tema.

Por consiguiente, en el Nuevo Periodo Regulado de Tarifas, se considera importante que la medición del consumo se realice por minuto o fracción de minuto en las llamadas completadas.

Por lo anterior, la CRT ha propuesto que en el NPR las empresas deberán realizar las acciones necesarias para presentar el consumo de sus usuarios en términos de unidades de tiempo precisas. Sin embargo, estas modificaciones no están orientadas a eliminar las metodologías actuales de

---

<sup>1</sup> A una llamada entre  $180n$  segundos y  $180(n-1)$  segundos con  $n$  mayor a 1, se tasan  $n$  o más impulsos.

<sup>2</sup> Valor del impulso en el estrato 4 durante el mes de diciembre de 2004 cobrado por la ETB en la ciudad de Bogotá.

<sup>3</sup> Es necesario recordar que el costo de una llamada tiene un componente fijo (\$) y un componente variable (\$/impulso).

tasación sino a realizar los cambios necesarios para que dichos mecanismos de tasación presenten los consumos en minutos como unidad de medición real.

#### 4. Metodología de Cálculo de la relación minuto – impulso

Con el fin de asegurar mayor precisión en la medición del consumo y por consiguiente buscando transparencia en la tarificación y facturación del servicio de TPBCL, es necesario establecer una metodología de cálculo de un factor que relacione los minutos e impulsos cursados durante una llamada telefónica.

Siguiendo la metodología propuesta por Penagos (2004) en donde se expone un modelo estadístico de la tasación en el cual el tiempo de llamada sigue una distribución exponencial negativa derivada de un proceso de Poisson, proceso estocástico ampliamente utilizado para la evaluación del tráfico en las redes de telecomunicaciones, se demuestra en el Anexo de este documento que el número de impulsos promedio para un sistema de tasación por impulsos separados un tiempo  $T$ , que contabiliza llamadas con tiempos promedio, distribuidos exponencialmente es:

$$N_T = 1 + \frac{\bar{w}}{T}$$

Entonces la metodología de cálculo de la relación minuto impulso, parte de la anterior formula, al definir el número de impulsos promedio que tiene una llamada, logrando encontrar la relación minuto – impulso ( ) de la siguiente manera:

$$R_{MI} = \frac{\bar{w}/60}{N_T} = \frac{\bar{w}/60}{1 + \frac{\bar{w}}{T}}$$

en donde:

- $R_{MI}$  relación minuto - impulso
- $N_T$  es el número de impulsos por llamada
- $\bar{w}$  es la duración de una llamada medida en segundos
- $T$  es la longitud del impulso medida en segundos

## 5. Aplicación de la metodología

Durante los meses de mayo y junio de 2004, la CRT solicitó a los operadores información sobre la duración promedio de llamadas en la prestación del servicio de TPBCL con el fin de revisar la medición y tasación del servicio bajo el marco del Nuevo Periodo Regulado. Se escogió la información de las empresas que cumplieron con las condiciones exigidas para el muestreo estadístico<sup>4</sup>.

El siguiente cuadro muestra la duración promedio de las llamadas en la prestación de los servicios de TPBCL para cuatro operadores telefónicos. Cabe destacar que estos operadores, en conjunto, poseen un 85% del total de las líneas en servicio del país (el número total de líneas en servicio a nivel nacional durante el 1er trimestre de 2004 fue de 7.057.675).

**Cuadro 5.1: Duración promedio de llamada en la prestación de los servicios de TPBCL para cuatro operadores telefónicos para cuatro operadores telefónicos**

ESTRATO SOCIOECONOMICO	DURACION PROMEDIO DE LLAMADAS PARA LA TPBCL (SEGUNDOS / LLAMADA)			
	ETB	EPPP	EMCALI	TELECOM
ESTRATO I	132,8	110,34	137,65	112,0
ESTRATO II	140,4	154,78	146,10	121,0
ESTRATO III	154,3	165,52	129,60	121,0
ESTRATO IV	177,2	220,22	214,99	127,0
ESTRATO V	182,0	196,34	203,45	158,0
ESTRATO VI	185,3	314,95	112,20	202,0
OTROS	133,7	108,02	-	-
<b>Promedio ponderado por líneas en servicio</b>	<b>148,34</b>	<b>157,57</b>	<b>150,35</b>	<b>121,04</b>
<b>Total líneas en servicio (1er trimestre de 2004)</b>	<b>2.063.647</b>	<b>1.185.016</b>	<b>551.025</b>	<b>2.172.011</b>

Fuente: Cálculos CRT

La duración de llamada promedio nacional aplicando un promedio ponderado según el número total de líneas en servicio por operador es de 140,4 segundos / llamada.

Por consiguiente la relación minuto por impulso puede ser calculada a partir de la duración promedio de llamada para cada operador e incluso un factor a nivel nacional.

<sup>4</sup> El muestreo estadístico de la duración de las llamadas en la red se solicitó teniendo en cuenta lo siguiente:

- El número de muestras aseguraron un error máximo de 5% con un intervalo mínimo de confianza de 95%
- Los días de toma de muestra se seleccionaron aleatoriamente y se hizo uso de una técnica de muestreo sistemático que aseguró que la toma de muestras incluyeron días laborales y no laborales

**Cuadro 5.2: Relación minuto por impulso para los principales operadores del país y promedio nacional**

Operador	DURACION PROMEDIO DE LLAMADAS PARA LA TPBCL (SEGUNDOS / LLAMADA)	RELACION MINUTOS / IMPULSO
ETB	148,34	1,36
EEPPM	157,57	1,40
EMCALI	150,35	1,37
TELECOM	121,04	1,21
<b>PROMEDIO</b>	<b>140,40</b>	<b>1,31</b>

Fuente: Cálculos CRT

## Referencias

Penagos, G. (2004) "Ajustes a la Regulación Tarifaria del Servicio de TPBCL" Informe final de la asesoría. CRT



## ANEXO 1

### DETERMINACIÓN ESTADÍSTICA DEL NÚMERO DE IMPULSOS POR LLAMADA<sup>5</sup>

Las llamadas que entran a una central telefónica son medidas para poder expedir una factura por el uso de los circuitos de la central. El método usado es el de la medición por impulsos. La central telefónica está generando continuamente unos impulsos separados un tiempo determinado. Cuando comienza una llamada, ésta genera un impulso al llegar y mientras se curse la llamada se cuentan los impulsos que el sistema produce.

El comportamiento del número de impulsos de duración  $T$  contabilizados por una llamada que empieza en un tiempo  $x$  (después de la generación del último impulso) y que tiene una duración  $w$  está dado por la siguiente función:

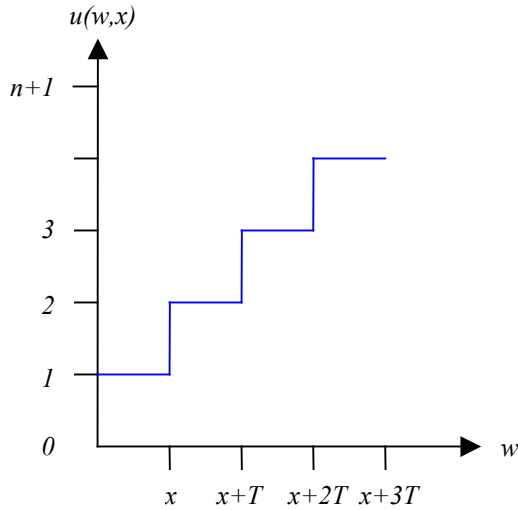
$$u(w, x) = \begin{cases} 1 & w - x < 0 \\ 2 & w - x < T \\ 3 & w - x < 2T \\ \vdots & \vdots \\ n + 1 & w - x < nT \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

$$u(w, x) = \left\lceil \frac{w - x}{T} \right\rceil + 2 \quad (\text{A.2})$$

La variable  $u(w, x)$  se ilustra en la siguiente figura:

Figura A.1: Función  $u(w, x)$  del número de impulsos contabilizados para una llamada que empieza a un tiempo  $x$  después de la generación del último impulso

<sup>5</sup> Tomado de Penagos G. 2004 "Ajustes a la Regulación Tarifaria del Servicio de TPBCL" informe final de la asesoría. CRT



La llamada no necesariamente llega cada vez que se genera un impulso, sino dentro del intervalo entre impulsos con igual probabilidad, de manera que la función de distribución de probabilidad uniforme de la variable x es:

$$f_1(x) = \frac{1}{T}, \quad 0 \leq x < T \tag{A.3}$$

Por otra parte, el comportamiento de la variable w tiene una distribución exponencial negativa derivada de un proceso de Poisson, en donde su valor esperado es  $E(w) = 1/\lambda$

$$f_2(w) = \lambda e^{-\lambda w}, \quad 0 \leq w < \infty \tag{A.4}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, el valor promedio del numero de impulsos por llamada  $u(w,x)$ , tiene una función de distribución conjunta de las variables w y x:

$$f(w,x) = \frac{\lambda e^{-\lambda w}}{T}, \quad \begin{matrix} 0 \leq x < T \\ 0 \leq w < \infty \end{matrix} \tag{A.5}$$

Dado que las variables w y x son estadísticamente independientes se tiene que el valor esperado de la variable  $u(w,x)$  es:

$$E[u(w,x)] = \iint_{\Omega} u(w,x) f(w,x) ds \quad \Omega = [0, T] \times [0, \infty) \quad ds = dx dw \tag{A.6}$$

Reemplazando A.2 y A.5 en A.6 se obtiene:

$$E[u(w, x)] = \int_0^T \int_0^\infty \left( \left\| \frac{w-x}{T} \right\| + 2 \right) \frac{\lambda e^{-\lambda w}}{T} dw dx \tag{A.7}$$

La primera integral es:

$$\int_0^\infty \left( \left\| \frac{w-x}{T} \right\| + 2 \right) e^{-\lambda w} dw = \int_0^x e^{-\lambda w} dw + \sum_{i=2}^\infty (i+2) \int_{iT+x}^{(i+1)T+x} e^{-\lambda w} dw \tag{A.8}$$

pero

$$\int_0^x e^{-\lambda w} dw = \frac{(1 - e^{-\lambda x})}{\lambda} \tag{A.9}$$

y

$$\int_{iT+x}^{(i+1)T+x} e^{-\lambda w} dw = \frac{e^{-\lambda x} e^{-\lambda iT}}{\lambda} (1 - e^{-\lambda T}) \tag{A.10}$$

Insertando A.10 en el segundo término del lado derecho de A.8, esta última expresión se convierte en:

$$\sum_{i=2}^\infty (i+2) \int_{iT+x}^{(i+1)T+x} e^{-\lambda w} dw = \frac{2 - e^{-\lambda T}}{(1 - e^{-\lambda T})^2} \tag{A.11}$$

De manera que A.7 se convierte en:

(A.12)

$$E[u(w, x)] = \frac{\lambda}{T} \int_0^T \int_0^\infty \left( \left\| \frac{w-x}{T} \right\| + 2 \right) e^{-\lambda w} dw dx = \frac{\lambda}{T} \int_0^T \left\{ \frac{(1 - e^{-\lambda x})}{\lambda} + \frac{e^{-\lambda x} (1 - e^{-\lambda T})}{\lambda} \cdot \frac{2 - e^{-\lambda T}}{(1 - e^{-\lambda T})^2} \right\} dx$$

Finalmente, el valor esperado converge a:

$$E[u(w, x)] = \frac{\lambda}{T} \int_0^T \int_0^\infty \left( \left\| \frac{w-x}{T} \right\| + 2 \right) e^{-\lambda w} dw dx = 1 + \frac{1}{\lambda T} \quad (\text{A.13})$$

Es decir el valor esperado del número de impulsos promedio para un sistema de tasación por impulsos separados un tiempo  $T$ , que contabiliza llamadas con tiempo promedio  $\bar{w} = \frac{1}{\lambda}$ , distribuidos exponencialmente es:

$$N = 1 + \frac{\bar{w}}{T} \quad (\text{A.14})$$